<u>**Metoda Probabilistyczna. Zadania domowe.**</u>

Zestaw V. Termin: 10 kwietnia 2024

Zad.8

Pokaż, że istnieje stała c o następującej własności: dla każdego podzbioru A skończonej grupy abelowej G istnieje zbiór B taki, że $|B| \le c|G|/|A|$ oraz

$$|A+B| = \big|\{a+b:\ a \in A, b \in B\}\big| \ge 0.9|G|\,.$$

Zad.9

Niech dany będzie podzbiór płaszczyzny S. Mówimy, że zbiór $A \subseteq S$ jest **równomiernie rozłożony w** S, jeśli dla dowolnego punktu s zbioru S, koło o promieniu 1 i środku s zawiera co najmniej 30 punktów ze zbioru A, natomiast koło o środku s i promieniu 3 zawiera co najwyżej 500 punktów zbioru A. Kolorowanie punktów zbioru A dwoma kolorami jest **zrównoważone**, jeśli każde koło o środku w S i promieniu 3 zawiera punkty obu kolorów.

Niech K będzie kwadratem o boku o długości 1000000. Pokaż, że zbiór A równomiernie rozłożony w K, ma w K zrównoważone pokolorowanie dwoma kolorami.