

Metoda Probabilistyczna. Zadania domowe.

**Zestaw IV. Termin: 27 marca 2024**

**Zad.6**

Niech  $H = (V, E)$  będzie ustalonym grafem i  $n \geq |V|$ . Przypuśćmy, że istnieje graf  $G$ , o  $n$  wierzchołkach i  $t$  krawędziach, który nie zawiera kopii grafu  $H$ . Pokaż, że jeśli

$$tk > n^2 \ln n$$

to możemy pokolorować krawędzie grafu pełnego  $K_n$   $k$  kolorami tak, by nie powstała żadna monochromatyczna kopia grafu  $H$ .

**Zad.7**

Niech  $S(r)$  będzie najmniejszą liczbą naturalną  $n$  taką, że dla każdego pokolorowania zbioru  $\{1, 2, \dots, n\}$   $r$  kolorami istnieje monochromatyczna trójka Schura, to znaczy istnieją liczby  $x$  i  $y$  takie, że  $x$ ,  $y$  i  $x + y$  są pokolorowane tym samym kolorem.

Stosując „naiwny” wariant metody probabilistycznej, a następnie Lokalny Lemat Lovásza, podaj dwa dolne oszacowania liczby  $S(r)$ .