

# Kombinatoryka

## Zestaw 1: prawa i metody przeliczania

1. Rzucamy trzema kostkami do gry: zieloną, czerwoną i niebieską.
  - a) Ile różnych wyników możemy otrzymać?
  - b) W ilu wynikach nie uzyskamy tej samej liczby oczek na wszystkich trzech kostkach?
  - c) W ilu wynikach wszystkie trzy liczby oczek są różne?
2.
  - a) Ile jest liczb 5-cyfrowych?
  - b) Ile liczb 5-cyfrowych zawiera dokładnie jedną trójkę?
  - c) Ile jest takich liczb 5-cyfrowych, które są palindromami, tzn. niezależnie od kierunku czytania przedstawiają ten sam wynik?
3.
  - a) Ile jest parzystych liczb 5-cyfrowych?
  - b) Ile liczb 5-cyfrowych parzystych zawiera dokładnie jedną trójkę?
  - c) Ile jest parzystych liczb 5-cyfrowych, które są palindromami?
4. Spośród pięciu różnych książek hiszpańskich, sześciu francuskich i ośmiu włoskich wybieramy dwie. Na ile sposobów możemy je wybrać tak, aby nie były napisane w tym samym języku?
5. Na ile sposobów można wybrać kolejno dwie karty z talii 52 kart tak, aby
  - a) pierwszą kartą był as, a drugą nie była dama,
  - b) pierwszą była karta koloru karo, a drugą nie była dama?
6. Są 3 różne, bezpośrednie drogi z miasta A do miasta B, 2 różne, bezpośrednie drogi z B do miasta C i 4 różne, bezpośrednie drogi z A do C. Na ile sposobów można dojechać (bezpośrednio lub pośrednio przez B)
  - a) z A do C i z powrotem?
  - b) z A do C i z powrotem, nie przejeżdżając żadnego odcinka trasy dwa razy?
7. Na ile sposobów możemy rozmieścić  $k$  rozróżnialnych kul w  $n$  oznaczonych szufladkach, przy założeniu, że każda szufladka zawiera co najwyżej jedną kulę?
8. Na ile sposobów można ustawić dwa różne króle na szachownicy o wymiarach  $n \times m$  tak, aby nie stały na sąsiadujących polach?
9. Na ile sposobów możemy utworzyć niepustą paczkę mając do dyspozycji pięć identycznych jabłek i osiem identycznych brzoskwiń?
10. Rozdajemy  $k$  różnych piłek wśród  $n$  dzieci. Wskazać bijekcję pomiędzy zbiorem wszystkich możliwych wyników tej akcji a zbiorem ciągów  $k$ -elementowych o wyrazach ze zbioru  $\{1, 2, \dots, n\}$ .
11. Wskaż bijekcję między następującymi rodzinami obiektów kombinatorycznych:
  - (1) rozmieszczenia  $k$  identycznych kul w  $n$  oznaczonych szufladkach niepozostawiające żadnej szufladki pustej,
  - (2) podziały liczby  $k$  na  $n$  uporządkowanych, całkowitoliczbowych i dodatnich składników,
  - (3) ciągi binarne złożone z  $n - 1$  jedynek i  $k - n$  zer.
12. Wskazać bijekcję między zbiorem wszystkich funkcji działających ze zbioru  $k$ -elementowego w zbiór  $n$ -elementowy a zbiorem wszystkich rozmieszczeń  $k$  rozróżnialnych elementów w  $n$  oznaczonych szufladkach.