

# Teoria Grafów 2

## Zestaw zadań nr 6

Termin realizacji: wtorek, 7 kwietnia

1. Pokazać, że każdy  $TX$  jest również  $MX$  oraz, że przy  $\Delta(X) \leq 3$ , każdy  $MX$  zawiera  $TX$ .
2. Wywnioskować Wniosek 6.
3. W 2-spójnym grafie płaskim każda ściana jest ograniczona cyklem.
4. Pokazać 2 sposobami (Euler i Kuratowski), że graf Petersena nie jest planarny.
5. Każdy graf planarny bez  $C_4$  ma co najwyżej  $(15n - 30)/7$  krawędzi. Znaleźć graf, który osiąga to oszacowanie.
6. Piłka nożna to wielościan złożony z 5- i 6-kątów. Pokazać, że niezależnie od rozmiaru piłki, liczba pięciokątów jest zawsze taka sama. Ile ona wynosi?
7. Dodanie krawędzi  $e$  do grafu maksymalnie planarnego  $G$  o  $|G| > 5$  powoduje powstanie w  $G + e$  zarówno  $TK^5$  jak i  $TK_{3,3}$ .
8. Jeśli  $G$  ma właściwe kolorowanie, w którym zaden kolor nie występuje dokładnie raz, to  $G$  ma też takie  $\chi(G)$ -kolorowanie.
9. Dane są dwie wymaginowane mapy: jedna na Ziemi, druga na Księżycu. Każdy kraj ma swój spójny obszar na obu ciałach niebieskich. Ile kolorów trzeba (wystarczy), by pomalować poprawnie wszystkie kraje na obu mapach, pamiętając, że kraje sąsiednie muszą mieć różne kolory, a obie części każdego kraju są tego samego koloru.
10. Znaleźć 2-dzielny graf na  $2n$  wierzchołkach, którego wierzchołki można uporządkować tak, że algorytm zachłanny potrzebuje  $n$  kolorów.
11. Wyznaczyć indeks chromatyczny grafu Petersena.
12. Dla każdego  $k$  znajdź graf 2-dzielny o liczbie wyboru  $k$ .
13. Nie korzystając z Twierdzenia Thomassena, pokazać, że każdy graf planarny ma liczbę wyboru nie większą niż 6.
14. Znaleźć graf planarny o liczbie wyboru 5.
15. plus zadania zaległe