Teoria Grafów 2

Zestaw zadań nr 5

Termin realizacji: Zad 1,2,10 – wtorek, 24 marca; pozostałe – piątek, 27 marca

1. Pokazać, że każdy k-zwarty graf jest $(2k-1)$-spójny, i że odwrotnie być nie musi.
2. Każdy graf G o $||G|| \geq 1$ ma podgraf H taki, że
$$\delta(H) > \frac{1}{2}d(H) \geq \frac{1}{2}d(G)$$
3. Pokazać, że lesistość grafu dana jest wzorem
$$\left\lceil \max_{H \subseteq G} \frac{||H||}{|H|-1} \right\rceil$$
4. Wyznaczyć lesistość grafów K_n i $K_{n,m}$ oraz skonstruować optymalne podziały na lasy dla K_n i $K_{4,4}$.
5. Wyznaczyć lesistość grafów k-regularnych oraz wskazać optymalny podział grafu Petersena.
6. *Liniową lesistość* definiuje się tak samo jak zwykłą, ale wymaga sie, by każda skladowa każdego lasu była ścieżką. Korzystając z podziału grafu pełnego na cykle Hamiltona, wykazać, że liniowa lesistość i lesistość grafu pelnego pokrywają się.
7. Istnieje hipoteza, że liniowa lesistość i lesistość pokrywaja sie dla każdego grafu regularnego. Hipoteza ta pozostaje otwarta, choć wykazano ja już dla grafów k-regularnych, $k \leq 10$. Dla $k=2$ jest trywialna. Dla $k=3$ już nie. Korzystajac z Tw. Eulera pokazać, że z prawdziwosci hipotezy dla $k=3$ wynika jej prawdziwość dla $k=6$, dla grafów o parzystej liczbie krawedzi.
8. Korzystając z Tw. Eulera i Tw. Petersena pokazac, że z prawdziwości hipotezy dla $k=5$ i pewnego nieparzystego $r \geq 5$, wynika jej prawdziwość dla $k=r+5$, dla grafów o parzystej liczbie krawędzi.
9. Pokazac, że dla drzewa o maksymalnym stopniu Δ, jego liniowa lesistość wynosi $\lceil \frac{\Delta}{2} \rceil$.
10. plus zadania zaległe