

## KOMBINATORYKA – 2

(schematy wyboru)

- Rzucamy  $n$  kostek do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że
    - wypadnie dokładnie  $k$  jedynek.
    - wypadnie dokładnie 5 jedynek i 6 dwójek.
    - wypadnie przynajmniej raz dwójka lub przynajmniej jedna trójka.
    - wypadnie przynajmniej raz dwójka i przynajmniej jedna trójka.
  - Na ile sposobów można ustawić  $n$  ludzi w kolejce tak, aby
    - pani Nowak nie stała obok swego męża?
    - 4-osobowa rodzina Nowaków stała razem?
    - 4-osobowa rodzina Nowaków stała razem i 3-osobowa rodzina Kowalskich stała razem?
  - Grupę 20 aktywistów, w której kobiety są 4, dzielimy na cztery 5-osobowe delegacje (ważny jest dla nas jedynie skład delegacji, a nie uprządkowanie osób w grupach czy kolejność delegacji). Ile jest takich podziałów, w których
    - w każdej delegacji jest jedna kobieta?
    - w jednej z delegacji jest jedna kobieta, a w jakiejś innej trzy pozostałe?
  - Ile ciągów 10-literowych można utworzyć mając do dyspozycji cztery litery  $a$ , cztery  $b$  i cztery  $c$ ? Co będzie, gdy zamiast czterech, będziemy mieć 11 liter każdego rodzaju?
  - Na ile sposobów można wybrać 13 piłek spośród nieograniczonej liczby czerwonych, niebieskich i zielonych, jeśli chcemy otrzymać co najwyżej pięć czerwonych piłek?
  - Student pisze testy z czterech przedmiotów. Za każdy może dostać całkowitą liczbę punktów od 0 do 100. Ile jest możliwych wyników studenta, w których suma zdobytych punktów wynosi 80 oraz
    - w każdym z testów student otrzymuje przynajmniej 5 punktów?
    - w pierwszych dwóch testach otrzymuje razem 15 punktów?(Wyniki rozróżniamy ze względu na liczbę punktów z poszczególnych przedmiotów.) Czy podobnie można rozwiązać to zadanie po zamianie 80 punktów na np. 200 punktów?
  - Na ile sposobów można wybrać trzy liczby spośród liczb  $1, 2, \dots, 100$  tak, by ich suma była parzysta? Rozważyć cztery przypadki, w zależności od tego, czy wybieramy bez powtórzeń/z powtórzeniami oraz wybrane trzy liczby są uporządkowane/nieuporządkowane.
  - Rzucamy  $n$  kostek. Oblicz prawdopodobieństwo, że suma wyrzuconych oczek będzie równa:
    - $n$ ,
    - $n + 1$ ,
    - $n + 2$ .
  - Ile jest 6-cyfrowych liczb naturalnych, w których cyfry występują w porządku a) malejącym? b) niemalejącym?
  - 15 pasażerów wsiada na parterze do windy. Każdy z nich wysiada na jednym z 20 pięter (wybiera piętro dowolnie). Jakie jest prawdopodobieństwo, że
    - na każdym piętrze wysiądzie najwyżej jeden pasażer?
    - na pierwszym piętrze wysiądzie dokładnie 6 osób?
    - na drugim piętrze wysiądzie dokładnie 6 osób, a na ostatnim 4 osoby?
    - na pierwszym piętrze wysiądzie przynajmniej jeden pasażer?
- Uwaga: ludzie są rozróżnialni!
- Ile rozwiązań całkowitych ma równanie  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 123$ , jeśli
    - $x_i \geq 0$  dla  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ?
    - $x_i > 0$  dla  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ?
    - $x_2 \geq 2, x_3 \geq 2, x_4 \geq 4, x_1, x_5 \geq 0$ ?
    - $x_i \geq 0$  dla  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  oraz  $x_1 + x_2 = 23$ ?
- Przez rozwiązanie rozumiemy piątki uporządkowane. Wskazówka: kulki w szufladkach.
- Na ile sposobów można ustawić  $n$  ludzi w kolejce tak, aby 4-osobowa rodzina Nowaków stała razem lub 3-osobowa rodzina Kowalskich stała razem?
  - Zebrało się  $n$  szachistów, mających do dyspozycji  $k$  szachownic,  $n \geq 2k$ . Na ile różnych sposobów można utworzyć  $k$  par szachistów do rozegrania pierwszej partii? Należy rozważyć cztery sytuacje, zależne od tego, czy
    - ważne/nieważne jest dla nas, kto gra białymi a kto czarnymi,
    - istotne/nieistotne jest, przy których szachownicach zasiądą wybrane pary.