

Kombinatoryka

Zestaw 9: Przeliczanie struktur nieoznaczonych

1. Dla drzewa T z Zad. 9.8 (rysunek (3)) z podręcznika, wyznacz liczbę wszystkich istotnie różnych kolorowań jego wierzchołków przy pomocy 2 kolorów.
2. Narysuj dowolny graf na 8 wierzchołkach, który ma dokładnie 9 krawędzi, a podana permutacja wierzchołków α (w zapisie cyklicznym) jest automorfizmem tego grafu. Podaj odpowiadającą jej permutację krawędzi $\alpha^{(2)}$.
a) $\alpha = (5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4)$ b) $\alpha = (1)(2)(3, 4)(5, 6, 7, 8)$
3. Kolorujemy 3 kolorami koraliki naszyjnika złożonego z 6 koralików. Wyznacz liczbę istotnie różnych kolorowań naszyjnika
a) korzystając z lematu Burnside'a,
b) rysując wszystkie istotnie różne kolorowania.
Rozważ oba warianty grupy symetrii: (i) tylko obroty, (ii) obroty i symetrie osiowe.
4. Rozważamy sześcian, wraz z grupą obrotów wokół różnych osi symetrii: 3 osie łączące środki przeciwległych ścian, 4 osie łączące przeciwległe wierzchołki i 6 osi łączących środki przeciwległych krawędzi. Każdy obrót traktujemy jako permutację ścian. (Łącznie są zatem 24 permutacje.) Kolorujemy ściany sześcianu, każdą jednym z 3 kolorów. Korzystając z lematu Burnside'a, wyznacz liczbę istotnie różnych pokolorowań sześcianu.
5. Zad. 10.1 z podręcznika (ale ruletka o 7 polach).
6. Zad. 10.2 z podręcznika (Uwaga: Wskazówka w podręczniku odnosi się tylko do części (2).)
7. Zad. 10.5 z podręcznika
8. Ile jest wszystkich nieoznaczonych grafów na 5 wierzchołkach?