Struktury Dyskretne

Zestaw Zadań #5

Na: wtorek, 22 listopada

1. Kształt $\bar{s}$ otrzymany z kształtu s przez zamianę $+$ na $-$ i odwrotnie, nazywamy kształtem przeciwnym do s. Pokazać, że permutacji o kształcie s jest tyle samo co o kształcie $\bar{s}$.

2. Obliczyć A_6.

3. Udowodnić Lemat 1, tzn. że $e(\pi) = la(\pi)$. Wskaz.: Żeby udowodnić nierówność $e(\pi) \geqslant la(\pi)$, należy rozważyć dowolną podpermutację naprzemienną i wskazać odwzorowanie różnowartościowe między jej elementami, a punktami ekstremalnymi. (Ale może są inne sposoby?)

4. W permutacji

   $\pi = 37\ 2\ 35\ 4\ 33\ 6\ 7\ 30\ 29\ 28\ 11\ 12\ 13\ 14\ 23\ 22\ 21\ 20\ 19\ 18\ 17\ 16\ 15\ 24\ 25\ 26\ 27\ 10\ 9\ 8\ 31\ 32\ 5\ 34\ 3\ 36\ 1$

   znaleźć wszystkie minima i maxima oraz obliczyć $la(\pi)$.

5. Dla $3 \leqslant i \leqslant n-2$, pozycję i w permutacji π nazywamy *wysoką*, gdy

   $$\pi(i-2) < \pi(i-1) < \pi(i) > \pi(i+1) > \pi(i+2).$$

   Oblicz wartość oczekiwaną liczby wysokich pozycji w permutacji losowej Π_n.

6. Jednym z 4 typów *lucky sixes* w permutacji π jest podpermutacja na 6 kolejnych pozycjach spełniająca wszystkie następujące warunki:

   $$\pi(i-2) > \pi(i-1) > \pi(i) < \pi(i+1) < \pi(i+2) < \pi(i+3) \quad \text{oraz} \quad \pi(i-1) > \pi(i+1).$$

   Wyznacz wartość oczekiwaną liczby takich lucky sixes zawartych w całości w pierwszej połowie permutacji losowej Π_n (zakładamy, że n jest parzyste).