

# Struktury Dyskretne

## Zestaw Zadan #1

Na: wtorek, 18 października

1. Każda permutacja długości 11 zawiera dwa *rozłączne* podciągi rosnące długości 3 lub dwa *rozłączne* podciągi malejące długości 3.
2. Wywnioskować z Tw. 1, że każda permutacja długości  $n$  zawiera podciąg monotoniczny długości  $\lceil \sqrt{n} \rceil$ .
3. Podaj przykład permutacji zbioru  $[n] = \{1, \dots, n\}$ , gdzie  $n = ab$ , która nie posiada podciągu rosnącego dl.  $a + 1$  ani podciągu malejącego długości  $b + 1$ .
4. Udowodnij następujący wariant tw. Erdősa-Szekersa: w dowolnym ciągu liczbowym dl.  $n = abc + 1$  istnieje podciąg ściśle rosnący dl.  $a + 1$  lub podciąg ściśle malejący dl.  $b + 1$  lub podciąg stały dl.  $c + 1$ . Następnie pokaz, że to tw. też jest optymalne (analogicznie do Zad. 3)
5. Uogólnij (i udowodnij) Tw. 2 z dwóch na  $r$  permutacji,  $r \geq 2$ .
6. Pokaż, że nie da się poprawić  $n^{1/3}$  w Tw. 2., tzn. znajdź kontrprz., najpierw dla  $n = 8$ , później uogólnij go dla  $n$  postaci  $n = m^3$ , w końcu na dowolne  $n$ .
7. W permutacjach 2857316904 i 8529741360 znajdź podpermutacje dl. 4, które są takie same lub jedna jest odwróceniem drugiej.
8. (Zad. dla chętnych na wykorzystanie zas. szufl. w wersji dla f. różnowartościowych. Sorry, że po angielsku :) A platoon of soldiers (all of different heights) is in rectangular formation on a parade ground. The sergeant rearranges the soldiers in each row of the rectangle in decreasing order of height. He then rearranges the soldiers in each column in decreasing order of height. Using the Pigeonhole Principle, or otherwise, prove that it is not necessary to rearrange the rows again; that is, the rows are still in decreasing order of height.