

Struktury Dyskretne

Zestaw Zadań #15

Na: przed egzaminem

1. Pokazać, że liczba Schura spełnia nierówności $\frac{1}{2}(3^r + 1) \leq s(r) \leq 3r! - 1$.
Wskaz. do oszacowania z dołu: pokazać, że $s(r + 1) \geq 3s(r) - 1$ dla $r \geq 2$ i użyć indukcji.
Wskaz. do oszacowania z góry: powiązać liczby $s(r)$ i $R(3; r)$ (patrz dowód Tw. Schura) oraz pokazać przez indukcję, że $3r! \rightarrow (3)_r$.
2. Wyznaczyć liczbę Van der Waerdena $W(3, 2)$.
3. Pokazać, że każde 2-kolorowanie zbioru $[256]$ zawiera monochromatyczny ciąg *geometryczny* długości 3. Wskaz.: $256 = 2^8$; skorzystać z poprzedniego zadania.
4. Oszacować z dołu (jak najlepiej) liczbę Van der Waerdena $W(3, 3)$.
5. Które z poniższych równań są regularne?
 - $x - y = 7z$
 - $x + y = 7z$
 - $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5x_5$
 - $x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 8x_4 + 16x_5 - 32x_6 = 0$
 - $\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{4}x_2 + 2x_3 - \frac{1}{12}x_5 = 0$
6. Podać po 2 przykłady linii w kostkach: C_3^4 i C_5^2 . Za każdym razem wskaż odpowiadające tym liniom ciągi arytmetyczne.
7. Poćwiczyć grę „SET”. Tzn., rozumieć co to jest „set” i w miarę szybko umieć go znaleźć wśród 12 kart. Wskaz.: <https://www.setgame.com/set/puzzle>