Matematyka Dyskretna II

Zestaw Zadań #9

Na: środa, 8 grudnia

1. Dany jest hipergraf $H = (V, E)$, gdzie $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, a

$$E = \{\{a, b, c\}, \{a, d\}, \{e, f\}, \{c, g, h\}, \{d, g, h\}, \{g, h\}\}.$$

   Oblicz $\tau(H)$, $\nu(H)$, i $mw(H)$. Wskaz: narysuj ten hipergraf. Uwaga: to nie jest hipergraf jednolity.

2. Wyjaśnij dlaczego dla każdego r-jednolitego hipergrafu H, $r \geq 1$,

$$\nu(H) \leq \tau(H) \leq r\nu(H).$$

3. Wykaż, że dla każdego r-jednolitego hipergrafu H,

$$\nu(H) \leq r \times mw(H).$$

4. Wyprowadź Wniosek 5 z Twierdzenia 8, tzn. pokaż jak Tw. Aharoni-Haxell (2000) implikuje swoją wersję z deficytem.

5. Wywnioskuj Tw. Halla z Twierdzenia 8.

6. Niech $f(r)$ będzie najmniejszą liczbą krwawędi w (r, r)-grafie, dla którego $\nu(H) = 1$ i $\tau(H) \geq r - 1$. Udowodnij, że (a) $f(r) \geq 2r - 3$, (b) $f(4) = 6$.