Struktury Dyskretne

Zestaw Zadań #7

Na: czwartek, 2 grudnia

1. Pokazać, że $\alpha(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n) = \alpha(x_1, \ldots, -x_i, \ldots, x_n)$.
2. Wyznaczyć $\alpha(1, 3/2, -5/2, -2, 3)$.
3. Udowodnić Dualne Tw. Dilwortha: W każdym skończonym posecie X moc największego łańcucha równa się minimalnej liczbie antyłańcuchów pokrywających X.

   Wskaz.: użyc funkcji $r : X \to \mathbf{N}_0$ danej wzorem
   $$r(x) = \max\{|L| - 1 : \quad L \in \mathcal{L}_x\},$$
   gdzie $\mathcal{L}_x$ jest zbiorem łańcuchów o największym elemencie x.
4. Narysuj diagram Hassego posetu liczb naturalnych od 1 do 10 z relacją podzielności. Wyznacz moc największego łancucha, największego antyłańcucha, najmniejszego pokrycia łańcuchami i najmniejszego pokrycia antyłańcuchami. Zweryfikuj Tw. Dilwortha i Dualne Tw. Dilwortha.
5. Udowodnić Lemat Dilwortha: Dla dowolnych liczb naturalnych a, b, każdy poset X rzędu $|X| \geq ab + 1$ zawiera albo łańcuch mocy $a + 1$ albo antyłańcuch mocy $b + 1$.
6. Wywnioskuj tw. Erdősa-Szekeresa z Lematu Dilworta.