Matematyka Dyskretna II

Zestaw Zadań #3

Na: środa, 28 października

1. Losowy ciąg binarny dług. n zawiera prawie na pewno (w skrócie pnp) bliźnięta o łącznej długości co najmniej $n - O(\sqrt{\log n} \cdot n^{2/3})$.

   Wskazówki: rozbić $[n]$ na $n^{1/3}$ kolejnych bloków długości $n^{2/3}$; stosując nierównośc Chernoffa

   $$Pr(|X - EX| \geq \epsilon EX) \leq 2\exp\{-\epsilon^2 EX/3\},$$

   gdzie $0 < \epsilon < 3/2$, pokazać, że pnp w każdym bloku liczba jedynek jest bliska swojej wartości oczekiwanej.

2. Powielając dowód Faktu 1, pokazać, że $2f(n, \{0, 1\}) \leq n - (k - 1)$, gdzie $(3^k - 1)/2 < n \leq (3^{k+1} - 1)/2$.

3. Ciąg U_{n+1}, zdefiniowany na wykładzie, powstaje z U_n przez podstawienie $0 \to 01$, $1 \to 10$.

4. Wyrazy na pozycjach nieparzystych tworzą w U_{n+1} kopię U_n, a na parzystych – kopię $\overline{U_n}$.

5. Dokończyć dowód Tw. 6, analizując przypadek, gdy skrajne zera w B są czerwone (a środkowe jest niebieskie).

6. W dowodzie Tw. 5 wyjaśnić dlaczego $t_n \in \{1, 2, 3\}$ dla każdego $n \geq 1$.

7. Dokończyć dowód Tw. 5