Matematyka Dyskretna II

Zestaw Zadań #14

Na: przed egzaminem

1. Pokazać, że liczba Schura spełnia $\frac{1}{2}(3^r + 1) \leq s(r) \leq 3r! - 1$.

   Wskaz. do oszacowania z dołu: pokazać, że $s(r+1) \geq 3s(r) - 1$ dla $r \geq 2$.

   Wskaz. do oszacowania z góry: powiązać liczby $s(r)$ i $R(3; r)$ (patrz dowód Tw. Schura) oraz pokazać, że $3r! \to (3)_r$.

   Uwaga (dla chętnych): Będąc trochę dokładniejszym i przywołując rozwinięcie w szereg liczby e, można pokazać, że $R(3; r) \leq r!e + 1$, a co za tym idzie, $s(r) \leq r!e$, co dla dużych r jest lepszym oszacowaniem niż $s(r) \leq 3r! - 1$.

2. Pokolorować liczby naturalne 4 kolorami tak, by nie było monochromatycznego rozwiązania równania $x + y = 3z$. Wskaz.: użyć metody z dowodu Tw. 10 z $p = 5$.

3. Wyznacz liczbę Van der Waerdena $W(3, 2)$.

4. Każde 2-kolorowanie zbioru [256] zawiera monochromatyczny ciąg *geometryczny* długości 3.

5. Oszacować z dołu liczbę Van der Waerdena $W(3, 3)$.

6. Stosując metodę probabilistyczną Erdősa (patrz dowód tw. 4), oszacuj z dołu liczbę Van der Waerdena $W(k, 2)$. Wskaz.: Ciągów arytmetycznych długości k, czyli AP_k, jest w $[n]$ mniej niż $\binom{n}{2}$.

7. Poćwiczyć grę „SET". Tzn., rozumieć co to jest „set" i w miare szybko umieć go znaleźć wśród 12 kart. Wskaz.: https://www.setgame.com/set/puzzle