

# Matematyka Dyskretna II

## Zestaw Zadań #12

Na: środa, 19 stycznia

1. Udowodnić, że  $10 \rightarrow (4, 3)$ , a następnie przeformułować w języku teorii grafów.
2. Udowodnić następujące własności notacji strzałkowej (najpierw dla  $r = k = 2$ , później dla dowolnego  $r \geq 2$  i  $k \geq 1$ )
  - (i) Jeśli  $l'_i \leq l_i$ ,  $i = 1, \dots, r$ , i  $n \rightarrow (l_1, \dots, l_r)^k$ , to  $n \rightarrow (l'_1, \dots, l'_r)^k$ .
  - (ii) Jeśli  $m \geq n$  i  $n \rightarrow (l_1, \dots, l_r)^k$ , to  $m \rightarrow (l_1, \dots, l_r)^k$ .
  - (iii) Jeśli  $n \rightarrow (l_1, \dots, l_r)^k$ , to dla dowolnej permutacji  $\pi$  zbioru  $[r]$ ,  $n \rightarrow (l_{\pi(1)}, \dots, l_{\pi(r)})^k$ .
  - (iv) Jeśli  $n \rightarrow (l_1, \dots, l_r)^k$ , to  $n \rightarrow (l_1, \dots, l_r, k)^k$ ; w szczególności,  $l \rightarrow (l, k)^k$ , bo  $l \rightarrow (k)_1^k$ .
3. Powtórzyć dowód tw. 2 w przypadku dowolnego  $r \geq 2$ .
4. Wyznaczyć liczbę  $t_{GG^c}$  dla grafu  $d$ -regularnego  $G$  na  $n$  wierzchołkach.
5. Grafem *krawędziowym* grafu  $G$  nazywamy graf  $L(G)$ , którego wierzchołkami są krawędzie grafu  $G$ , a krawędziami są pary krawędzi grafu  $G$  o wspólnym końcu. Ile trójkątów ma graf  $L(K_5)$ ? Wskaz.: są 2 metody, poprzez tw. Goodmana i bezpośrednio z rysunku.
6. Udowodnić, że  $K_8 - C_5 \not\rightarrow K_6$  oraz  $K_8 - C_5 \rightarrow (K_3)$ .
7. Pokazać, że  $K_6 \rightarrow (C_4)$ .
8. Skonstruować graf  $G$  na 8 wierzchołkach, taki że  $G \not\rightarrow K_3$  i  $G^c \not\rightarrow K_4$ .