Matematyka Dyskretna II

Zestaw Zadań #11

Na: środa, 12 stycznia

1. Sprawdź tw. Katony (o cieniach) na przykładzie 3-grafu Fano.
2. Udowodnić tw. Katony (o cieniach) dla $a = 2$ i $b = 1$. Wskaz.: najpierw przeformułuj je na język teorii grafów.
3. Pokaż, że dla każdej rodziny $\mathcal{A} \subset \binom{X}{r}$, $|X| = n > r > 1$, zachodzi nierówność
$$|\partial_{r-1}| \geq \frac{\binom{n}{r-1}}{\binom{n}{r}} |\mathcal{A}|.$$
4. Udowodnij Obs. 1 z 2. dowodu tw. EKR.
5. Wykaż, że operacja shift S_{ij} zachowuje własność t-przecinania się.
6. Wykaż, że operacja shift S_{ij} (zastosowana do grafu G), zachowuje własność $\nu(G) < s$, tzn, że $\nu(S_{ij}(G)) \leq \nu(G)$.
7. Wyznacz $m^{(3)}(10, 3)$ i narysuj 3-graf osiągający to maksimum.
8. Nawiązując do tw. Edrősa-Gallai'a, dla danego $s \geq 2$, określ dla jakich $n \geq 2s$ mamy $m^{(2)}(n, s) = \binom{2s-1}{2}$, a dla jakich $m^{(2)}(n, s) = \binom{n}{2} - \binom{n-s+1}{2}$.
9. Udowodnij tw. Erdősa-Gallai'a dla $n = 2s$. Wskaz.: rozbij graf pełny K_n na sumę rozłącznych skojarzeń doskonałych.