Zad2 Jak w dowodzie Tw. Rado,

$\forall j \in \mathbb{N}: \; j = 5^{\alpha_j}(5\beta_j + \gamma_j), \; 1 \le \gamma_j \le 4,$

kolorujemy $\chi(j) = \gamma_j$.

Przyp., że $\exists\, x, y, z$ w kolorze γ, $x + y = 3z$.

Wtedy $5^{\alpha_x}(5\beta_x + \gamma) + 5^{\alpha_y}(5\beta_y + \gamma) = 3 \cdot 5^{\alpha_z}(5\beta_z + \gamma)$

Podzielmy stronami przez 5^{α}, $\alpha = \min(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$.

Niech $I_x = \begin{cases} 1, & \alpha_x = \alpha \\ 0, & \alpha_x > \alpha \end{cases}$, I_y, I_z - podobnie.

Wtedy $I_x \gamma + I_y \gamma = I_z (3\gamma) \pmod 5 \; /:\gamma$

$\Rightarrow \; I_x + I_y = 3 I_z \pmod 5$

co jest możliwe <u>tylko</u>, gdy $I_x = I_y = I_z$ ↯

bo któreś z nich musi $= 1$

Zad3 ~~2 przypadki~~ Kolorowanie

1	2	3	4	5	6	7	8
R	R	B	B	R	R	B	B

pokazuje, że $W(3,2) \ge 9$. Żeby pok., że $W(3,2) \le 9$, rozważmy 2 przyp.:

Korekta

I $\chi(1) = \chi(9) \overset{bso}{=} B \Rightarrow \chi(5) = R \overset{bso}{\Rightarrow} \chi(7) = B \Rightarrow \chi(8) = R$ ←

$\Rightarrow \chi(2) = B \Rightarrow \chi(3) = R \Rightarrow \chi(4) = B \Rightarrow AP_3$: 1, 4, 7 koloru B

II bso $\chi(1) = B, \chi(9) = R \overset{bso}{\Rightarrow} \chi(5) = R \Rightarrow \chi(7) = B \Rightarrow \chi(4) = R \Rightarrow \chi(6) = B$

$\Rightarrow \chi(8) = R \Rightarrow \chi(2) = B \Rightarrow \chi(3)$ zamyka monochr. AP_3

[można też inaczej - jest wiele dowodów]