

# Matematyka Dyskretna

## Zestaw 7: Grafy - wiadomości wstępne

1. Jak zinterpretować stopień wierzchołka w macierzowej definicji grafu?
2. Ile krawędzi ma graf pełny  $K_n$ ?
3. Ile maksymalnie krawędzi może mieć graf (a) niespójny (b) o  $k$  składowych spójności?
4. Ile minimalnie krawędzi może mieć graf spójny?
5. Ile podgrafów (a) indukowanych (b) rozpiętych ma graf  $G = (V, E)$ , gdzie  $|V| = n$ , a  $|E| = m$ ?
6. Narysuj wszystkie parami nieizomorficzne grafy (a) na 4 wierzchołkach (b) na 5 wierzchołkach i o 5 krawędziach.
7. Znajdź przykład pary grafów nieizomorficznych, które mają ten sam ciąg stopni.
8. Które z par grafów na załączonym rysunku są izomorficzne?
9. Czy istnieje graf 3-regularny na 7 wierzchołkach?
10. Udowodnij, że w każdym grafie istnieje wierzchołek o stopniu (a) co najmniej  $2|E|/|V|$  (b) co najwyżej  $2|E|/|V|$ .
11. Sprawdź czy poniższe ciągi są grafowe. Jeśli tak, to narysuj graf.
  - (6, 4, 4, 2, 1, 1, 1, 1)
  - (4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3)
  - (6, 6, 4, 3, 3, 3, 1)
12. Ile maksymalnie krawędzi ma graf 2-dzielny o  $n$  wierzchołkach?
13. *Kóło*  $W_n$  to graf o  $n$  wierzchołkach powstały z cyklu  $C_{n-1}$  przez dodanie nowego wierzchołka i połączenie go krawędziami ze wszystkimi wierzchołkami cyklu. Ile jest wszystkich kół  $W_n$  na zbiorze wierzchołków  $[n]$ ? Ile automorfizmów ma  $W_n$ ?

