

# Matematyka Dyskretna

## Zestaw 2: prawa i metody przeliczania, ciąg dalszy

1. Ile jest ciągów binarnych długości  $n$ , które mają  $k$  jedynek, ale żadne 2 jedynki nie sąsiadują ze sobą?
2. Na półce stoi 12 książek. Na ile sposobów można wybrać spośród nich 5, ale tak, aby nie było wśród nich żadnych dwóch stojących obok siebie?
3. Ile ciągów  $x_1, \dots, x_{2n+1}$  spełnia 1) dwie pierwsze, 2) wszystkie z poniższych własności?
  - (a)  $x_1 = x_{2n+1} = 0$ ,
  - (b)  $|x_i - x_{i-1}| = 1$  dla  $i = 2, \dots, 2n + 1$ ,
  - (c)  $x_i \geq 0$  dla  $i = 1, \dots, 2n + 1$ .
4. Kandydaci A i B uzyskali w wyborach, odpowiednio 55 i 45 głosów. Komisja przelicza głosy w losowej kolejności (każda ze  $100!$  kolejności jest jednakowo prawdopodobna). Oblicz prawdopodobieństwo tego, że przez cały czas liczenia głosów, kandydat A zachowa przewagę (będzie mieć więcej głosów wśród już przeliczonych).
5. Ile jest nakrótszych dróg na kracie  $n \times n$  z punktu  $A = (0, 0)$  do punktu  $B = (n, n)$ , które nie wychodzą poniżej przekątnej  $AB$ ?
6. Na ile sposobów można prawidłowo ustawić 4 pary nawiasów, np.  $((((( )))$ ,  $()()()()$ ,  $((())())$ , itd?
7. Ile różnych wyników można otrzymać rzucając 3 identycznymi kośćmi do gry? Uwaga: wynik tworzą 3 liczby, które pojawiają się na górnych ściankach kostek (a nie ich suma).
8. Ile jest 6-cyfrowych liczb naturalnych, w których cyfry występują w porządku a) malejącym? b) niemalejącym?
9. Ile rozwiązań całkowitych ma równanie  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$ , jeśli
  - (a)  $x_i \geq 0$  dla  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ?
  - (b)  $x_i > 0$  dla  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ?
  - (c)  $x_2 \geq 2, x_3 \geq 2, x_4 \geq 4, x_1, x_5 \geq 0$ ?
10. Na ile sposobów można wrzucić  $n$  identycznych kul do  $k$  ponumerowanych szufladek, tak by żadna nie była pusta?
11. Na ile sposobów można posadzić przy okrągłym stole  $n$  mężczyzn i  $n$  kobiet, tak by kobiety i mężczyźni siedzieli na przemian?
12. Na ile sposobów można posadzić 10 koleżanek przy okrągłym stole tak, by Asia, Basia i Kasia siedziały na 3 kolejnych miejscach?

## 1 Rozwiązania

1.  $\binom{n-k+1}{k}$
2.  $\binom{8}{5}$
3.  $\binom{2n}{n}, \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$

4.  $\frac{d(45,54)}{\binom{100}{55}}$
5.  $\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$
6.  $\frac{1}{5} \binom{8}{4}$
7.  $\binom{8}{3}$
8.  $\binom{10}{6}, \binom{14}{6}$
9.  $\binom{16}{4}, \binom{11}{4}, \binom{8}{4}$
10.  $\binom{k+n-1}{n}$
11.  $(n-1)!n!$
12.  $7! \cdot 3!$