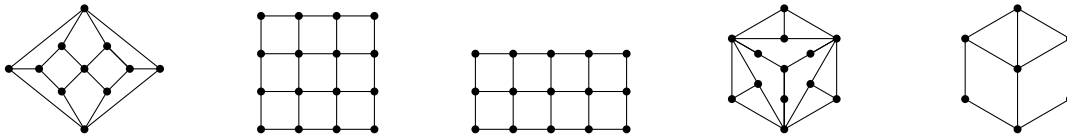


Matematyka Dyskretna

Zestaw 11: Cykle Hamiltona, planarność

1. Czy graf na rysunku jest hamiltonowski? Jeśli tak, narysuj cykl Hamiltona. Jeśli nie, podaj powód.



2. Wskaż cykl Hamiltona na ośmiościanie foremym i na dwunastościanie foremym.



3. Wskaż 2 nieizomorficzne grafy na 9 wierzchołkach, które nie mają cyklu Hamiltona, a w których minimalny stopień wierzchołka wynosi 4. To samo dla grafów o 10 wierzchołkach. Jak to się ma do tw. Diraca?
4. Udowodnij, że jeśli graf G na $n \geq 3$ wierzchołkach zawiera ścieżkę długości $n - 1$ taką, że suma stopni jej końców wynosi co najmniej n , to G jest hamiltonowski.
5. Ile ścian ma graf płaski o 12 wierzchołkach i 17 krawędziach?
6. Wywnioskuj z wniosku 1 (z tw. 11), że K_5 nie jest planarny. Sprawdź, że to jedyny nieplanarny graf na mniej niż 6 wierzchołkach.
7. Wyprowadź ze wzoru Eulera (tw. 11) oszacowanie górne na liczbę krawędzi 2-dzielnego grafu płaskiego. Następnie wywnioskuj z niego, że $K_{3,3}$ nie jest planarny. Sprawdź, że to jedyny 2-dzielny nieplanarny graf na mniej niż 7 wierzchołkach.
8. Uzasadnij nieplanarność grafu Petersena w oparciu o tw. Kuratowskiego (tzn. wskaż podpodział K_5 lub $K_{3,3}$.)
9. Znajdź, inny niż K_4 , graf planarny o liczbie chromatycznej 4.
10. (do domu) Pokoloruj województwa na mapie Polski możliwie najmniejszą liczbą kolorów, ale tak, by sąsiednie województwa miały różne kolory. Uzasadnij, dlaczego nie można lepiej.
11. Narysuj graf „ruchów skoczka” na szachownicy wymiarów 3×4 (wierzchołki to pola szachownicy, a krawędzie łączą pary wierzchołków odpowiadające ruchom skoczka, np. $\{a1, b3\}$ czy $\{a1, c2\}$). Rozstrzygnij, czy ten graf ma (i) cykl Hamiltona, (ii) ścieżkę Hamiltona. Jeśli ma, narysuj, jeśli nie ma, wytłumacz dlaczego.