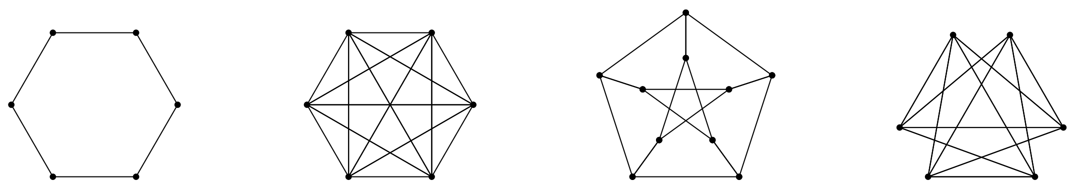
Matematyka Dyskretna

Zestaw 10: Kolorowanie krawędzi, skojarzenia, obchody Eulera

1. Wyznacz $\chi'(C_n)$, $\chi'(K_n)$, oraz indeks chromatyczny grafu Petersena.



(a) C_6 (b) K_6 (c) graf Petersena (d) $K_{2,2,2}$

Rysunek 1: Rysunki pomocnicze do zadań 1 i 4.

2. Uzupełnienie dowodu tw. Königa: dla każdego 2-dzielnego grafu G skonstruuj jego 2-dzielny nadgraf $G' \supseteq G$, który jest $\Delta(G)$-regularny.

3. Czy prawdą jest, że dla każdego grafu G zachodzi nierówność $\chi(G) \leqslant \chi'(G)$? A dla każdego grafu 2-dzielnego o co najmniej 3 wierzchołkach?

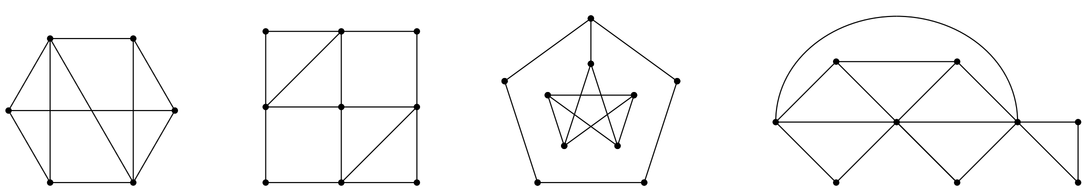
4. Niech $G = K_{2,2,2}$. Wyznacz $\Delta(G), \chi(G)$ i $\chi'(G)$.

5. Znajdź skojarzenie doskonałe w grafie Petersena. Czy istnieje drugie, (krawędziowo) rozłączne z nim?

6. Czy drzewo z zad. 4(1) z zestawu 8 ma skojarzenie doskonałe? Jeśli tak, wskaż je. Jeśli nie, uzasadnij stosując tw. Tutte'a.

7. Znajdź skojarzenie doskonałe w grafie Turána $T_3(20)$.

8. Rozstrzygnij czy dany graf ma (i) obchód Eulera (ii) trasę Eulera:



9. Dany jest (spójny) plan ulic miasta M. Uzasadnij, że można przejść za jednym razem wszystkie ulice, każdą 2 razy (ale niekoniecznie w przeciwnych kierunkach) i wrócić do domu.