

Matematyka dyskretna: zakres egzaminu

Egzamin składa się z części zadaniowej (20p., zakres - zestawy 7-11) oraz części teoretycznej (20p., zakres - cały materiał z wykładów). Poniżej przedstawiam szczegółowe hasła do części teoretycznej.

Kombinatoryka

1. Iniekcje, suriekcje, bijekcje, zasada bijekcji (również uogólniona).
2. Zasada mnożenia (również uogólniona), schematy wyboru - wzory, w tym na kombinacje z powtórzeniami i dwumianowy Newtona.
3. Ciągi binarne. Ciągi zdominowane (dowód wzoru na ich liczbę - opis bijekcji).
4. Zasada szufladkowa (jej związek z iniekcjami), jej uogólnienie.
5. Podziały zbiorów i permutacje z powtórzeniami.
6. Zasada dodawania i zasada włączania i wyłączania, przeliczanie suriekcji i nieporządków.
7. Równania rekurencyjne: typy, metody rozwiązywania, liczby Fibonacciego, Catalana, Bella, Stirlinga.
8. Podziały liczb, diagramy Ferrersa.
9. Funkcje tworzące: zwykłe i wykładnicze.

Teoria grafów

1. Trzy definicje grafu. Podgrafy, w tym rozpięte i indukowane.
2. Izomorfizmy i automorfizmy grafów.
3. Dopełnienie grafu. Grafy pełne, puste. Kliki i zbiory niezależne.
4. Spójność, składowe grafu, stopnie wierzchołków, graf regularny.
5. Ciągi grafowe (algorytm Havela-Hakimiego).
6. Ścieżki, cykle, odległość w grafie, drzewa i lasy.
7. Grafy dwudzielne.
8. Tw. Cayleya o liczbie drzew z dowodem Joyala.
9. Tw. Mantela (z dowodem) i tw. Turána. Grafy i liczby Turána.
10. Liczba chromatyczna grafu, algorytm zachłanny, tw. Brooksa.

11. Kolorowanie krawędzi, tw. Vizinga i Königa (szkic dowodu).
12. Skojarzenie doskonałe, faktoryzacja grafu, tw. Halla i Tutte'a.
13. Obchody Eulera. Tw. Eulera z dowodem. Wniosek o trasach Eulera z dowodem.
14. Cykle i ścieżki Hamiltona. Tw. Diraca z dowodem. Warunki konieczne na istnienie cyklu Hamiltona.
15. Grafy płaskie i planarne. Ściany. Tw. Eulera o grafach płaskich. Wniosek o liczbie krawędzi grafu planarnego (z dowodem).
16. Podpodziały grafów. Tw. Kuratowskiego. Szczególna rola grafów K_5 i $K_{3,3}$.
17. Kolorowanie map, grafy dualne. Liczba chromatyczna grafu planarnego. Hipoteza/Twierdzenie o 4 kolorach.